

MODELOS DE MEDICIÓN CONJUNTA EN ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS: DEL ANÁLISIS CONJUNTO AL MODELO DE RASCH.

Juan Ramón Oreja Rodríguez (joreja@ull.es)

INSTITUTO UNIVERSITARIO DE LA EMPRESA Y
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS
CAMPUS DE GUAJARA - UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA
CAMINO DE LA HORNERA S/N 38071 LA LAGUNA TENERIFE ESPAÑA

RESUMEN

La evolución temporal y conceptual de la teoría de la medición en las ciencias sociales ha estado condicionada por la comparación metodológica con las ciencias físicas y de la naturaleza, principalmente con el concepto de la medición fundamental, tal como lo considera en el dictamen de *The British Association for the Advancement of Science*. No obstante, gran parte de los conceptos utilizados en administración de empresas son de carácter cognitivo, lo que ha supuesto la necesidad de desarrollar planteamientos alternativos a los del dictamen citado, con objeto de lograr la obtención de mediciones fundamentales.

El desarrollo de la teoría representacional y, en particular, la medición conjunta supuso un avance efectivo en este campo científico. Por una parte entroncaba con los esfuerzos de los economistas de medir las utilidades, por otra impulsó aplicaciones específicas de medición conjunta en el marketing y las teorías decisionales, que toman cuerpo bajo la denominación de análisis conjunto.

El modelo de Rasch (Rasch, 1980) surge como una alternativa de medición conjunta aditiva que cumple los requisitos de la medición fundamental a partir de la consideración de sus contribuciones, que se centran en el teorema de la separabilidad y el concepto de la objetividad específica.

PALABRAS CLAVE: administración de empresas, teoría de la medida, medición conjunta, análisis conjunto, objetividad específica, modelo de Rasch

INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN EN ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS

En administración de empresas al igual que en el resto de las ciencias sociales está abierto en este momento un amplio debate sobre la medición de sus constructos. Este debate se ha centrado en la dificultad de contar, de forma generalizada, con medidas que cumplan los principios de la medición fundamental. Una parte de los constructos de administración de empresas, básicamente los ligados a las percepciones de los sujetos se han visto afectados, por la idea que los hechos psicológicos y por extensión los sociales no son medibles (Campbell, 1920).

Ahora bien, el alcance del debate puede ser más amplio, tal como lo expresó Michell (1997 a, 1997 b) en el campo de la psicología, que referido a la administración de empresas podría centrarse en:

- a) Análisis histórico de la asunción de que la administración de empresas debe emplear métodos cuantitativos para ser científica.
- b) Apoyo a la idea de que los métodos cualitativos, datos y resultados pueden ser tan científicos como los cuantitativos.
- c) Consideración de los criterios de la teoría de la medición fundamental para verificar la hipótesis de que una variable es cuantitativa.

Un conocido antecedente de esta problemática podría ser la evolución de la medición de la utilidad en la economía. Siguiendo a Luce y Suppes (1975) se puede indicar que desde los tiempos de Betham (1789) se ha tratado de establecer una teoría de la utilidad, pero el desarrollo de dicho propósito no pasó del establecimiento de preferencias ordinales entre los bienes económicos. Ejemplo de ello es el trabajo de Pareto (1906). Un gran avance en este sentido se dio por von Neumann y Morgnestern (1944) que introduce la posibilidad de elección entre alternativas con probabilidades determinadas (Lancaster, 1973), a los que hay que añadir los trabajos de Debreu (1960) sobre la utilidad cardinal o métrica, que entroncan con la teoría de la medición conjunta.

Michell (1999) revisa las razones de Cliff (1992) por las que los investigadores en psicología no han utilizado con profundidad los avances de la teoría de la medida. Si estas razones las extrapolamos a los investigadores en administración de empresas, se podría indicar que, en términos generales:

- a) Las matemáticas y la estadística son ajenas a muchos investigadores de administración de empresas.
- b) No hay ejemplos notorios de las ventajas que pueden generar.
- c) No hay una guía para aplicar la teoría a datos incompletos
- d) El estilo de investigación que implica el uso de la teoría de la medida fundamental no es familiar a los investigadores en administración de empresas.
- e) Los investigadores están más interesados en otros desarrollos científicos en este campo.

Actualmente, se viene a considerar que los trabajos de las aproximaciones cognitivas en administración de empresas (Yanes, 2001 y 2004) viene a desarrollar un marco conceptual en donde la problemática de la medición fundamental de los problemas empresariales puede desarrollar de acuerdo a las más avanzadas aportaciones de las modernas teorías de la medición.

En el contexto de las teorías de la medición, dos grandes aproximaciones se pueden destacar: Las aproximaciones clásicas o de estrategia numérica y la teoría representacional. Fraser (1980) establece tres etapas en la aproximación clásica, o estrategia numérica, de la medición de acuerdo a su evolución temporal y conceptual. La primera etapa abarcaría desde los inicios del siglo veinte hasta la publicación del trabajo de Campbell en 1920. Conceptualmente se centró en el establecimiento de las condiciones de mensurabilidad de los objetos, considerando que existe un valor verdadero (Fraser, 1980). La segunda etapa está centrada en las propuestas de Campbell. La tercera etapa aparece tras las propuestas de Stevens.

En la primera etapa aparece como precursor del análisis de los conceptos métricos Hölder (1901), que se centra en la problemática de la medida extensiva y de su error. En su teoría axiomática Hölder (1901) resalta las condiciones que debe cumplir una magnitud para ser medida. Narens y Luce (1986) destacan que las aportaciones de Hölder, son un desarrollo de los trabajos de Helmholtz (1887) en cuyos estudios sobre la naturaleza formal de determinados atributos físicos concluía que tenían la misma estructura matemática que los números reales positivos con adición y orden natural ($\text{Re}^+, \geq, +$).

El estudio de Narens y Luce (1986) indica cómo para Helmholtz (1887) el orden refleja cualitativamente el nivel del atributo de los objetos que pueden medirse. En este sentido, si x e y son dos objetos, en donde podemos medir un atributo (por ej. longitud), se podría comparar el atributo a medir y determinar si son iguales ($x \sim y$) o no ($x > y$) o ($y > x$), en cuyo caso uno es mayor que el otro, estableciéndose una relación de orden. Asimismo, se puede encontrar una operación empírica natural (\circ) que combine cualquier objeto que presente el atributo en un nuevo objeto compuesto que también presente el atributo ($x \circ y$). Esta operación se denomina concatenación. Finalmente se puede establecer una estructura cualitativa [$\chi = (X, \geq, \circ)$], que incluye a todos los objetos con el atributo a medir, la relación de orden observada entre ellos y todas las combinaciones que puedan formarse mediante concatenación.

También Narens y Luce (1986) destacan las representaciones aditivas o homomorfismos¹ de χ en ($\text{Re}^+, \geq, +$), que Helmholtz (1887) estableció. Parte de unos supuestos sobre χ , que en el caso de satisfacerse se puede llevar a cabo la medición, siempre que exista una aplicación matemática ϕ , denominada homomorfismo, de X en los números reales positivos tal que para cada x e y en X , se cumple que: (a) $x \geq y$ si y solo si $\phi(x) \geq \phi(y)$, y (b) $\phi(x \circ y) \approx \phi(x) + \phi(y)$.

¹ Homomorfismo: Correspondencia no biunívoca entre dos estructuras algebraicas que conserva las operaciones (DRAE, 2001)

Hölder (1901) publicó una versión mejorada de la teoría de Helmholtz (1887), donde entre otros aspectos introduce el importante concepto de un grupo arquimediano² ordenado. Además del axioma arquimediano, Hölder estableció que para que una estructura cualitativa $[\chi = (X, \geq, \circ)]$ tuviera una representación en $(\mathbb{R}^+, \geq, +)$, en cuyo caso se la denominaría estructura extensiva (Narens y Luce, 1986), debería cumplir el axioma arquimediano y otras cinco propiedades que debe cumplir una magnitud para ser medible:

1. Orden débil. La relación \geq es transitiva ($x \geq y$ e $y \geq z$ implica $x \geq z$ para todo x, y, z en χ) y conectada (tanto para todo x, y, z en χ se cumple para todo x, y en χ)
2. Monotonicidad. La concatenación de los objetos preserva la ordenación: para todo para todo x, y, w, z en χ , si $x \geq y$ e $y \geq w$, entonces $x \circ z \geq y \circ w$.
3. Resolubilidad limitada. Para cada x, y en χ , si $x > y$, entonces existe algún z en χ tal que $x > y \circ z$ (Esto unido con los otros axiomas implica la existencia de objetos arbitrariamente pequeños).
4. Positividad. Todos los objetos se combinan para formar algo mayor que cualquiera de los otros solo: para todo x, y en χ , se cumple tanto $x \circ y > x$ y $x \circ y > y$.
5. Asociabilidad. Si se combinan tres o más objetos, no importa cómo se agrupan en pares mientras que el orden se mantenga: para todo x, y, z en χ , se cumple que $x \circ (y \circ z) \sim (x \circ y) \circ z$.

En este contexto Campbell (1920, 1928) establece la clasificación de las medidas. Estableciendo la distinción entre medidas fundamentales y derivadas, así como entre extensivas e intensivas. Sería una medida fundamental aquella en que los conceptos métrico utilizados no son función de otros, en cuyo caso sería una medición derivada. Así se considera una función derivada la renta per cápita mientras que medidas fundamentales son: el PIB o la población. Las medidas extensivas permiten la operación de concatenación (adición), mientras que una medida intensiva no lo permite.

Narens y Luce (1986) exponen que este planteamiento conforma una estructura de medición en el espacio finito de la medición física, pero no la observación cualitativa. A su vez, psicólogos y economistas estaban estudiando otras aproximaciones para medir que más o menos explícitamente se alejaba del acuerdo de que la medida fundamental repose las operaciones de combinación asociativa y monótona. El debate propició un estudio realizado por un comité formado en 1938 por *The British Association for the Advancement of Science* (BAAS) para comparar las medidas físicas y las psicológicas. Campbell formaba parte del comité y había sido uno de sus impulsores. En 1940 la BAAS presentó su informe final en el cual una mayoría de miembros declaró que la medición fundamental en psicología no es posible porque no se pueden encontrar tales operaciones empíricas.

² Dos magnitudes son arquimedianas si al multiplicar cualquiera de ellas por si misma un número finito de veces, suficientemente grande, podemos superar a la otra

Una tercera etapa surge tras el dictamen de la BAAS, que resultó muy restrictivo. Como indica Luce (1992) el dictamen de la comisión creada por la BAAS propició dos posiciones diferentes. Por una parte, los físicos que indicaban que para medir es necesaria una sola cosa: que sea posible combinar entidades que presenten el atributo a medir en una entidad que también presente dicho atributo y esta operación combinada pueda usarse para contar el número de unidades aproximadamente igual en la entidad a medir.

La otra posición, mantenida por Stevens (1946, 1951) y otros psicólogos, indican que no es necesario ningún método para que algo pueda ser clasificado como medición, sino más bien la cuestión se centra en el grado de singularidad alcanzada en la representación numérica de cualquier cuerpo de información empírica, sino el grupo de transformaciones que dejan invariante la forma de las escalas (Narens y Luce, 1986).

Para este autor, la medición ya no es “buscar el número que representa la cantidad de magnitud presente en un objeto” (Jáñez, 1989), sino “es la asignación de números o fenómenos de acuerdo a ciertas reglas” (Stevens, 1951). Sus propuestas eliminan las restricciones impuestas por Hölder (1901), de que los números asignados como mediciones tienen que cumplir de manera necesaria las leyes lógicas de la cantidad, y establecer unas nuevas definiciones de medida.

La clave de su sistema se recoge en los tipos de escala de medida que propone. Stevens (1946, 1951) cita cinco tipos de escalas: Escalas nominales, ordinales, intervalo, razón y absoluta. Aunque esta última no se suele incluir en su taxonomía, debido a consideraciones sobre la ordenación, al igual que la escala intervalo logarítmica (Stevens, 1959) que se considera como de intervalo.

Distintos autores, como Torgerson (1958), han criticado la definición de Stevens al señalar que al medir no se asignan números a objetos y propone una clasificación sobre supuestos más restrictivos que los de Stevens. Parte de su concepto de medida, en el que solo se admiten como propiedades métricas los números reales las de orden, distancia y origen. Por otra parte tampoco admite la existencia de una diferencia entre el origen arbitrario y natural en las escalas.

Lord y Novick (1968) definen la medición como un procedimiento para la asignación de números a propiedades específicas de las unidades experimentales del tal forma que las caractericen y preserven las relaciones señaladas en el dominio del comportamiento. La preservación de las relaciones que indican Lord y Novick implica la presencia de un isomorfismo entre las características del sistema numérico y las relaciones entre las mediciones obtenidas.

La teoría representacional³ de la medidas, que tomó la concepción de la medición de Stevens (1951) que al definir la medida e indicar que medir es asignar números a los objetos según cierta regla, de manera que “los números asignados en la medición, no representan propiamente cantidades, sino relaciones” (Jáñez, 1989). Tras lo trabajos de Suppes y Zinnes

³ Los fundamentos axiomáticos de esta aproximación se recoge en Luce (1992).

(1963) se inician una serie de publicaciones que vienen a perfeccionar el desarrollo conceptual (Krantz, 1964, Luce y Tukey, 1964), completadas en los setenta (Krantz et al., 1971) e indicadas sus aplicaciones en las ciencias sociales en Roberts (1979). En los noventa han sido reformulada por Luce et al. (1990) y Mitchell (1990).

La medición en la representación supone encontrar un sistema relacional numérico con una estructura semejante al relacional empírico que se pretende medir. A partir de la semejanza entre ambos sistemas, uno se puede utilizar para representar a otro. La unicidad establece la arbitrariedad de los números elegidos según la teoría representacional. La significación se refiere a la validez de la conclusión numérica. Es relativa al tipo de escala en que se basan las inferencias.

En este contexto, surge la teoría de la medición conjunta⁴. Dentro de la fundamentación teórica proveniente de la noción de medidas derivadas Luce y Tukey (1964) proponen la teoría de la medida conjunta aditiva que permite determinar la presencia de estructuras aditivas a partir de la consideración de las relaciones ordinales presentes en las ciencias sociales.

El caso más simple de medición conjunta se establece a partir de la consideración de una variable dependiente P tal que $P = f(X, Y)$, en donde X e Y son dos variables independientes y f es una función matemática.

La aditividad, de acuerdo con Karabatsos (2005) se logra en algunas transformaciones monótonas de variables dependientes, cuando tales combinaciones de las variables independientes sean medibles en una escala común de intervalo, siendo necesario que los datos sean consistentes con una jerarquía (cualitativa) de axiomas de cancelación.

ANÁLISIS CONJUNTO

Inmediatamente después del desarrollo de esta teoría surge una aplicación de este tipo de metodología de medición en el campo de la administración de empresas y, en particular en marketing, el denominado el análisis conjunto desarrollado por Green y Srinivasa (1978) y Green et al. (1981) de amplia aplicación actual en las ciencias decisionales. El objetivo del análisis conjunto es determinar qué combinación de un número limitado de atributos es el más preferido por los consumidores.

Los antecedentes del análisis conjunto se encuentran en el trabajo seminal de Luce y Tukey (1964) que desarrollaron una axiomática aproximación a la medición fundamental. A partir de esta axiomatización, según Green et al. (2001) los estudios se centraron en la obtención de datos métricos ordenados a partir de los datos ordinales de los encuestados ante un conjunto de estímulos diseñados de forma factorial. Pionero en este sentido sería el trabajo de Kruskal (1965), cuyo algoritmo conjunto inicial se denominó Manonova.

Los atributos pueden disponer de distintos niveles que reflejan su campo de variación. La combinación de atributos y niveles determina el nivel de complejidad del análisis conjunto que limitan su aplicación. Para poder llevar a cabo los análisis se hace uso de matrices ortogonales

⁴Los fundamentos axiomáticos de esta teoría pueden consultarse en Luce y Tukey (1964).

y otros tipos de técnicas estadísticas (análisis factoriales) para reducir el número de estímulos que un encuestado percibe a una pequeña fracción del total de las combinaciones posibles, que es suficiente para estimar los efectos de las principales combinaciones atributos-niveles que no estén correlacionados (Green et al. 2001).

Los modelos de análisis conjuntos utilizados⁵ son (Green et al. 2001):

Modelo de utilidades parciales (*partworth*). Se considera que el deseo por un determinado atributo y estímulo es continuo. El vector del modelo asume que las preferencias del encuestado hacia los estímulos están ponderadas por la importancia de cada atributo.

Se asume que hay P atributos y J estímulos de acuerdo con el diseño del estudio. Y_{jp} representa la deseabilidad del atributo p para el estímulo j, se asume inicialmente que Y_{jp} es inherentemente continua.

El vector del modelo se asume que las preferencias de los encuestados s_j para el estímulo j se expresa como:

$$S_j = \sum_{p=1}^P w_p y_{jp}$$

En donde w_p representa la ponderación que los encuestados asigna a cada uno de los atributos P.

Modelo del punto ideal. Se considera que la preferencia s_j está inversamente relacionada a d_j^2 cuadrado de la distancia ponderada de la localización del deseo Y_{jp} del estímulo j respecto del punto ideal X_p , en donde d_j^2 se define como:

$$d_j^2 = \sum_{p=1}^P w_p (y_{jp} - x_p)^2$$

En el modelo de utilidades parciales, se asume que:

$$s_j = \sum_{p=1}^P f_p(y_{jp})$$

Se pueden plantear diferentes procedimientos para el acceso a los datos utilizados en el análisis conjunto (Green et al. 2001):

⁵ El alcance de esta teoría se puede apreciar en el trabajo de Green y Rao (1971).

1. Técnicas de perfil completo, en donde cada encuestado ve un conjunto completo de tarjetas que incluye perfiles completos, que habrán de valorar en una escala de probabilidad de compra de 1 a 100.
2. Técnicas compuestas, en donde cada encuestado fija el atractivo de cada conjunto de niveles de los atributos en una escala de 0 a 100, para posteriormente establecer el nivel que alcanzan los atributos en una escala de importancia (Esta aproximación se denomina colección de datos con preferencias auto-explicadas).
3. Técnicas híbridas, en donde cada encuestado realiza una evaluación auto-explicada y evalúa un subconjunto de las tarjetas de perfil completo. La función de utilidad resultante es una composición de los datos obtenidos por ambas actividades combinadas. En los análisis conjuntos adaptativos, se ha desarrollado una versión de esta técnica híbrida. Cada encuestado primero realiza una actividad auto-explicativa y posteriormente evalúa dos conjuntos de descripciones de perfiles parciales a la vez.

No obstante, los axiomas de la medición conjunta (análisis conjunto) son deterministas, dada su formulación algebraica. Keats (1967), Bogden (1977), Perline et al, (1979), Andrich (1988) y Michell (1999), presentaron al Modelo de Rasch como una alternativa estocástica a los modelos de medición conjunta aditiva.

LA FAMILIA DE MODELOS DE RASCH

Distintos autores han destacado la relación entre la teoría de Rasch y los principios rigurosos de la medición fundamental (Rasch, 1960, Wright, 1984 y 1985; Fisher y Wrigh, 1994, Bond y Fox, 2001). Principios, cuyo alcance, han sido recientemente clarificados en los trabajos de Michell (1999) y Karabastos (1998 y 2001) Las principales contribuciones de Rasch se centran en el teorema de la separabilidad (Rasch, 1960 y 1961) y el concepto de la objetividad específica (Rasch, 1977). Rasch establece la medición conjunta mediante instrumentos que proporcionan valores cuantitativos que permanecen invariantes a lo largo de muestras y cuestionarios (Fisher, 200·)

Siguiendo la guía introductoria a los modelos de Rasch de Oreja (2005) se presentan los modelos dicotómico, de crédito parcial, politómico o de categorías ordenadas, de las facetas múltiples, así como una indicación sobre los desarrollos actuales.

MODELO DICOTÓMICO

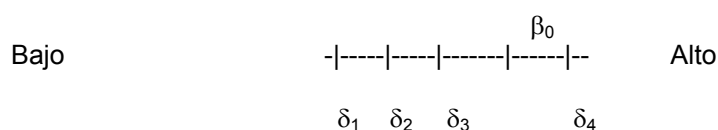
En un modelo de Rasch dicotómico (Rasch, 1960) se considera una variable latente en la cual dos diferentes entidades interactúan. Por una parte las unidades de investigación por medio de los sujetos económicos encuestados y por otra los ítems del instrumento de medida diseñado para llevar a cabo la investigación: sujetos encuestados e ítems.

El objetivo del modelo es ubicar a encuestados e ítems en una escala lineal representativa de la variable latente. Los sujetos encuestados y los ítems se ubican conjuntamente en una misma dimensión, el continuo lineal que representa la dificultad de los ítems en el contexto

del constructo diseñado. En este continuo lineal hay una única dirección que implica una mayor presencia “más” de la variable latente (desde niveles bajos a altos).

Se definen dos parámetros: β , habilidad de encuestados (en adelante encuestados) y δ , dificultad de ítems (en adelante ítems) que pueden situarse de forma conjunta en la misma escala lineal representativa de la variable latente. El término “más” significa que el parámetro en cuestión se encuentra ubicado a una mayor distancia a lo largo del continuo lineal.

Sea, por ejemplo, el caso de la ubicación del encuestado β_0 y los ítems $\{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4\}$ en la escala lineal representativa de la variable latente. Los extremos de esta escala se establecen como: bajo y alto.



Los ítems $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ están más próximos al extremo definido como bajo que β_0 y el ítem δ_4 que están más próximos al extremo determinado como alto.

Se define X_{ni} como la variable latente que representa la respuesta de un encuestado a un ítem del instrumento de medida. La puntuación obtenida de acuerdo, por ejemplo, a la utilización de una escala dicotómica 0 / 1, se puede expresar como $X_{ni} = \{0,1\}$ en términos tanto del parámetro β_n (encuestado n) y δ_i (ítem i del instrumento de medida utilizado).

Si se interpreta la posición de los sujetos en términos de probabilidad, se podrían considerar las siguientes posibilidades: Si un encuestado se compara con un ítem que se encuentra en un nivel inferior en la escala, entonces podemos indicar que el encuestado β_n en relación con el ítem δ_i , se sitúa en la relación $\beta_n > \delta_i$, es decir que $(\beta_n - \delta_i) > 0$, entonces se espera que el encuestado tenga una alta probabilidad de asumir el concepto representado por el ítem. Que puede expresarse como que la probabilidad de contestar afirmativamente al ítem es superior a 0.5

De igual forma podríamos indicar que si un encuestado se encuentra situado en la escala lineal representativa de la variable latente por debajo de un ítem su probabilidad de respuesta afirmativa es inferior del 0.5

Siendo $P [X_{ni} = 1]$ la probabilidad de contestar afirmativamente por el encuestado β_n al ítem δ_i , se puede expresar que:

Si $\beta_n > \delta_i, (\beta_n - \delta_i) > 0$, entonces $P [X_{ni} = 1] > 0.5$

Si $\beta_n < \delta_i, (\beta_n - \delta_i) < 0$, entonces $P [X_{ni} = 1] < 0.5$

Si $\beta_n = \delta_i, (\beta_n - \delta_i) = 0$, entonces $P [X_{ni} = 1] = 0.5$

Representando por $P (P [X_{ni} = 1])$ la probabilidad de contestar afirmativamente un ítem, entonces $1-P$ representa la probabilidad contraria.

Una formulación que recoge la expresión de la probabilidad de los datos es la razón $P / 1-P$

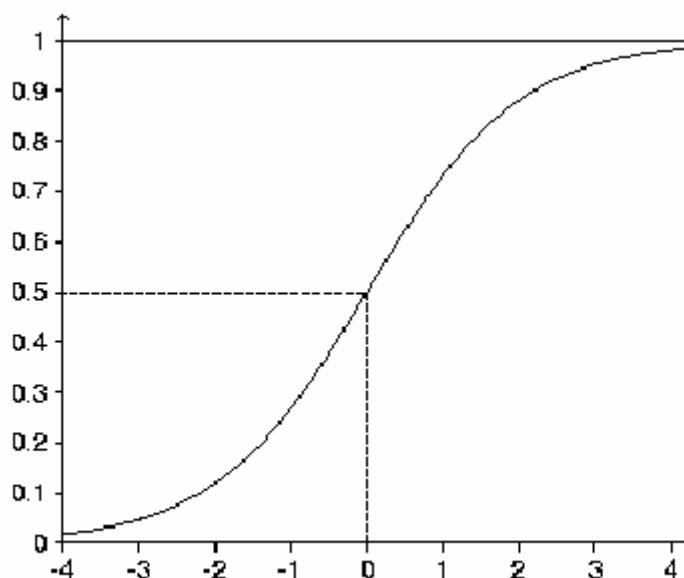
Es conveniente formular las probabilidades como funciones de la diferencia de los encuestados y los ítems (figura 1). El logaritmo neperiano de las probabilidades se puede establecer como la diferencia entre las posiciones del encuestado y el ítem como se expresa en la ecuación siguiente:

$$L [P / (1-P)] = \beta - \delta \quad (1)$$

Estas diferencias entre sujetos e ítems están expresadas en unidades de medida denominadas logits, dado que su origen es el logaritmo de la razón de desacuerdo (acierto/error) de la probabilidad de acertar correctamente un ítem por el sujeto encuestado. El logit, como unidad de medida, se obtiene por el uso del Modelo de Rasch que transforma las puntuaciones brutas procedentes de los datos ordinales en una razón logarítmica que posteriormente se puede pasar a una escala de intervalo. Como indica Fisher (2003), la aproximación de Rasch saca provecho del logaritmo natural en la estimación de unidades logits, linealizando observaciones ordinales en medidas generalizadas e invariantes tipo ratio/intervalo.

FIGURA 1
PROBABILIDAD DE CONTESTAR AFIRMATIVAMENTE UN ENCUESTADO
 $P [X_{ni}]$ EN FUNCIÓN DE LA DIFERENCIA ENTRE PARÁMETROS $\beta_n - \delta_i$

$P [X_{ni}]$



$\beta_n - \delta_i$

Fuente: Elaboración propia

La diferencia $(\beta_n - \delta_{ij})$ varía entre $-\infty$ y $+\infty$, mientras que la probabilidad $P [X_{ni} = 1]$ entre 0 y 1, es decir que:

$$-\infty \leq (\beta_n - \delta_{ij}) \leq \infty$$

$$0 \leq P [X_{ni} = 1] \leq 1$$

La ecuación (1) se transforma en:

$$P / (1-P) = \exp (\beta - \delta) \quad (2)$$

Cuyo campo de variación es:

$$0 \leq \exp (\beta - \delta) \leq \infty$$

Despejando P, en la ecuación (2) se obtiene:

$$P[X_{ni} = 1 | \beta_n, \delta_i] = \exp (\beta - \delta) / [1 + \exp(\beta - \delta)] \quad (3)$$

Que es el modelo obtenido por Rasch (Rasch, 1960), cuyo campo de variación es:

$$0 \leq \{ \exp (\beta - \delta) / [1 + \exp(\beta - \delta)] \} \leq 1$$

MODELO DE CRÉDITO PARCIAL (MASTERS)

Master (1982) y Wright y Master (1982) desarrollaron un modelo que comparte las características de la familia de modelos de Rasch: La puntuación total de los encuestados como estadístico suficiente para la medición del nivel de rasgo latente en el continuo lineal y la objetividad específica.

El modelo se establece a partir de la determinación de la probabilidad condicional de estar de acuerdo con una de las categorías de un ítem politómico en lugar de la anterior, que es monótona creciente a lo largo de la variable latente.

La función de respuesta

$$P\langle X_{vi} = x \rangle = \frac{1}{\gamma} \exp \sum_{k=0}^x (\beta_v - \delta_{ik})$$

Siendo:

v: sujeto encuestado

i: ítem contestado

k: categoría en el ítem i asumida por el encuestado.

γ = Suma de todos los posibles numeradores, que surgen de acuerdo con el número de

categorías de los ítemes,

$$\gamma = \sum_{h=0}^{mv} \exp \sum_{h=0}^x (\beta_v - \delta_{ik})$$

$$x \in \{0,1, \dots, m\}$$

MODELO DE RASCH POLITÓMICO (CATEGORIAS ORDENADAS)

El desarrollo de este modelo de Rasch para ítemes politómicos se realizó a partir de los trabajos de Rasch (1961), Andersen (1977) y Andrich (1978 a y b). Andrich partió del modelo de Rasch para ítemes dicotómicos y procedió a su generalización.

La probabilidad de asumir una determinada categoría del ítem i por parte del sujeto v sería:

$$P\langle X_{vi} = x \rangle = \frac{1}{\gamma} \exp \left[- \sum_{k=1}^x \tau_{ki} + x(\beta_v - \delta_i) \right]$$

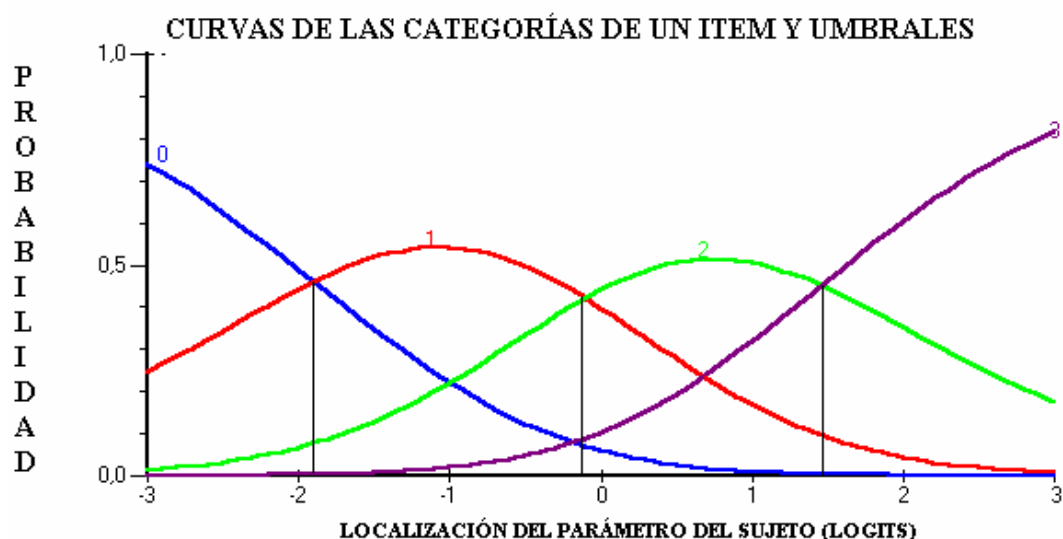
Siendo:

v: sujeto encuestado

i: ítem contestado

γ = Suma de todos los posibles numeradores, que surgen de acuerdo con el número de categorías de los ítemes.

FIGURA 2



Fuente: Elaboración propia con el programa RUMM2020

En este proceso surgen los umbrales (τ) o puntos de cortes de las curvas características correspondientes a las distintas categorías de respuestas en los ítems (Andrich y Marais, 2005).

Los umbrales son unos parámetros que recogen los puntos en donde la probabilidad de respuesta de una categoría con la siguiente es equiprobable (figura 2). En el caso de los ítems dicotómicos sólo había un umbral, que era la dificultad del ítem, en donde coincidían la probabilidad de 0 ó 1. El número de umbrales es igual al número de categorías menos uno.

El análisis del ajuste de los datos al modelo se realiza comparando los valores esperados y las proporciones observadas del número de respuestas en cada categorías de los ítems. En el programa de computación RUMM (Andrich, et al. 200) desarrollado por el proceso de ajuste se analiza a partir de test de Chi-cuadrado a los residuales que surgen en el ajuste. Junto a este programa de computación, uno de los más utilizado para medición de Rasch es Winsteps (Linacre, 2006).

MODELO DE LAS FACETAS MÚLTIPLES

Como indica Linacre (2002), en el modelo de Rasch se enfrentan el nivel del rasgo latente que luce el sujeto (habilidad, competencia, capacidad, motivación,...) a la dificultad, facilidad, desafío,..., del ítem para producir una determinada puntuación. Los ítems y los sujetos son los elementos de una faceta: el enfrentamiento entre el sujeto y el ítem.

Si se da el caso de que en un par de sujetos, uno de ellos dispone de una ventaja, nos encontramos con una faceta más, siendo su expresión:

$$\log\left(\frac{P_{nm}}{P_{mn}}\right) = B_n - B_m + A_w$$

En donde, el sujeto n de habilidad B_n actúa en relación al sujeto m con la habilidad B_m y A_w es la ventaja que puede tener B_n .

Un caso típico de tres facetas nos la encontramos cuando los sujetos que se enfrentan a un ítem pasan a ser valorados por un tercero o juez. Éste juzga, con cierto grado de severidad o permisividad, la habilidad de un sujeto al enfrentarse a la dificultad de un ítem (como el caso de una selección de personal). La puntuación que obtenga se puede deber a su habilidad, la dificultad del ítem y a la actitud del juez.

Estaríamos ante un modelo de cuatro facetas cuando un sujeto ejecuta una acción que es puntuada en los ítems por un juez. Sería en el caso de Dirección estratégica, cuando el Consejo de Administración (juez) valora una estrategia formulada (acción) por el departamento de Marketing (sujeto), de acuerdo a los recursos y capacidades que sustenta una posible ventaja competitiva (ítems).

$$\log\left(\frac{P_{nmijk}}{P_{nmij(k-1)}}\right) = B_n - A_m - D_i - C_j - F_{ik}$$

En donde, D_i es la dificultad del ítem i y,

F_{ik} es la estructura del ítem i , como por ejemplo un modelo de crédito parcial.

Las posibilidades de este modelo es amplia en Economía y Empresa, siendo desarrollado por Linacre (1989) y contando con un programa de computación propio como es el Minifac /Facets de de la empresa Winsteps.

OTROS DESARROLLOS

Los desarrollos de la familia de modelos de Rasch se puede encontrar en el trabajo de Fischer y Molenaar (1995).

DEL ANÁLISIS CONJUNTO AL MODELO DE RASCH

Los trabajos de Luce y Tukey (1964) establecieron la axiomatización necesaria para permitir a los científicos sociales la verificación de construcciones de medidas fundamentales, como los desarrollos del análisis conjunto. Algunos autores han destacado, desde el desarrollo de la medición conjunta, las conexiones existentes entre ésta y el modelo de Rasch (Keats, 1967; Brogden, 1976, Perline et al. , 1979; Andrich, 1988).

Karabatsos (2001) destaca que estas conexiones se aprecian en el modelo de Rasch al establecerse la hipótesis de ajuste de que las curvas de probabilidad de respuesta sean paralelas, lo que conforma las restricciones de orden de la medición conjunta aditiva. Este comportamiento de las curvas de las probabilidades (estrictamente paralelas y crecientes) caracteriza la invarianza de las escalas de la dificultad del ítem y la habilidad del sujeto, para el rango de los encuestados, en donde la escala de medida de ambos es de intervalos.

En el modelo de Rasch, la invarianza forma parte de la formulación del modelo, de acuerdo a la formulación numérica de la probabilidad de respuesta correcta. Mientras que la teoría de la medición conjunta define el perfil paralelo de acuerdo a restricciones de orden no numérico.

El trabajo empírico de Perline et al. (1979) concluyó destacando que el modelo de Rasch es una realización práctica de la medición conjunta aditiva. No obstante, Karabatsos (2001) discute esta afirmación argumentando la consistencia de los datos y los axiomas de medición, por cuanto los datos utilizados pueden contener distintos niveles de ruido sistemático o aleatorio, que en el proceso de ajuste pueden ser "absorbidos", desarrollando para ello un ajuste de datos originados en un modelo de respuesta al ítem de dos parámetros. Argumentación que debe entenderse en el contexto de la diferente consideración de la importancia que la objetividad específica tiene en el modelo de Rasch (Rasch, 1977) en el contexto teórico y no simplemente en el empírico. En efecto, si los aspectos de discriminación del ítem se tienen en cuenta en el diseño del modelo de Rasch desaparece las curvas de

probabilidades paralelas y con ello la objetividad específica, así como la evidencia de Perline et al (1979).

Una comparación de los desarrollos del análisis conjunto y las posibilidades del modelo de Rasch en administración de empresas nos la proporciona la comparación de las aplicaciones del análisis conjunto en la toma de decisiones y las posibilidades que proporciona el modelo de Rasch.

Una aplicación tradicional del análisis conjunto es la que facilita a la dirección información sobre la relativa importancia de los diferentes atributos de un producto, que a su vez puede aparecer en diferentes niveles de percepción por parte de los consumidores en su rango de preferencias. El análisis conjunto establece una simplificación mediante métodos factoriales de combinaciones posibles, a partir de las cuales obtiene las utilidades de los atributos (aditivas) en una escala de intervalo que determina la posición de los sujetos mediante su combinación (utilidad total). A su vez, se establece la importancia relativa de los atributos.

El modelo de Rasch, permite mediante sus algoritmos de computación, establecer medidas conjuntas de los sujetos encuestados y de los atributos sujetos a valoración. En esta medición conjunta en una escala lineal común se establece una jerarquización de los atributos y de los sujetos. El análisis de las distancias relativas entre los mismos permite determinar las probabilidades de respuesta de los sujetos a los atributos y mediante las mismas preparar análisis estratégicos acordes a la situación conjunta de sujetos y atributos.

La ampliación del concepto de sujeto y atributos en el contexto del modelo de Rasch nos lleva a una consideración general de la aplicabilidad del modelo de Rasch a los distintos campos de la administración de empresas, en donde sujetos encuestados, pueden ser empresa, decisores, organizaciones, zonas turísticas, etc., y los atributos de los productos a posicionar se convierten en elementos de las estrategias empresariales, factores de atracción de un destino turístico o elementos de los resultados medioambientales de una empresa.

Los análisis de las capacidades estratégicas de las empresas ante los requerimientos de las diferentes estrategias que puede afrontar pueden aconsejar procesos de formulación de estrategias adecuados a dichas capacidades. De igual forma a nivel individual apoya las estrategias de recursos humanos frente a las distintas circunstancias que las determinan, tanto en la selección, fijación de objetivos, carreras profesionales, formación, etc.

Sea cual fuere la combinación de sujetos e ítems, la información proporcionada permite destacar la importancia jerárquica que los ítems tienen para el posicionamiento jerárquico de los sujetos en un lineal conjunto, siempre que se ajusten los datos al modelo teórico utilizado.

Las probabilidades en estos casos ayudan a adoptar acciones estratégicas o de toma de decisiones de los sujetos ante otros sujetos en un planteamiento competitivo o ante los ítems que determinan su posición relativa en la medición conjunta. La hipótesis de que los atributos de los constructos son cuantitativos se verifican cuando los diferentes instrumentos de medidas usados para medir las mismas variables se calibran con distintas muestras de encuestados mediante estudios independientes, demostrando que la medida del mismo constructo es una versión linealmente transformada de la misma métrica (Fisher, 2003)

Las posibilidades que se derivan de los posibles desajustes permiten las opciones estratégicas del Benchmarking, ya que el análisis de los residuos producidos en los desajustes informa tanto de la posibilidad de la presencia de dimensiones diferentes en los ítems. Esta evaluación de la dimensionalidad está enfocada como un test de aditividad conjunta (Fisher 2003) También el análisis de los estadísticos de ajuste en el modelo de Rasch permite el conocimiento de posibles situaciones anormales de los sujetos e ítems, derivadas de su propio comportamiento o de problemas de administración de los instrumentos de medida. De esta forma el problema del error (datos incompletos y con fallos) se centra en el análisis de errores individuales y de consistencia interna, siendo estimado de forma rutinaria por los programas de computación utilizados, proporcionando información para cada sujeto e ítem medido (Fisher, 2003)

El no cumplimiento de las hipótesis de invarianza en las medidas obtenidas mediante la aplicación del modelo de Rasch, proporciona una fuente de información adicional, destacando la presencia de sujetos o ítems que no se ajustan a los principios del modelo. En estos casos, la información que se obtenga proporciona elementos para aconsejar actuaciones estratégicas y de dirección de empresas diferentes de acuerdo a la diferencia de comportamiento a los ítems apreciados.

CONCLUSIONES

A lo largo de la historia de la medición se ha planteado los requisitos que deben cumplir para ser aceptadas como válidas. Frente a los planteamientos de excluyente de la exigencia de Campbell y la negación de la posibilidad de medición de los conceptos cualitativos de las ciencias sociales han surgido teorías que rechazan esta negación.

Desde los planteamientos de Stevens y sus escalas de medida a los desarrollos posteriores de la teoría representacional se ha enlazado con los trabajos primitivos del análisis económico referido a la utilidad económica, mediante la teoría de la medición conjunta de Luce y Tukey, que permite verificar la estructura cuantitativa de los atributos de los conceptos.

A partir de los trabajos seminales de Green se ha desarrollado en el campo de la toma de decisiones y específicamente en el marketing una reconocida teoría denominada de análisis conjunto, que recientemente cumplió treinta años de aplicación y desarrollo. Su gran limitación es que se desarrolla en el campo determinista, al igual que la medición conjunta.

Los modelos de Rasch, que se han considerado una variante de los modelos de medición conjunta aditiva, incorporan un componente estocástico que permite el análisis decisional a dicho nivel. No obstante, aunque han sido desarrollados y aplicados a una amplia variedad de campos, principalmente la psicología, educación y medicina, son escasas las aplicaciones en la administración de empresas, aunque cumplen los requisitos axiomáticos para una medición conjunta de tipo aditivo.

Una comparación con el análisis conjunto destaca las posibilidades de desarrollo y de aplicación del modelo de Rasch, equiparando los análisis a realizar y, gracias a las

posibilidades de los algoritmos de computación, utilizando toda la información proveniente de los datos proporcionados por la aplicación de los instrumentos de medida.

La aplicación de los modelos de Rasch en administración de empresa permite inicialmente el logro de medidas de sujetos e ítems a nivel de escala de intervalo, mejorando la calidad de los resultados respecto al uso de puntuaciones derivadas de la adición de valores ordinales, que no cumplen los axiomas de la adición. El requisito del uso de escalas de medidas de intervalo permite la aplicación de las técnicas estadísticas descriptivas y multivariantes para completar las informaciones obtenidas de los sujetos e ítems en las mediciones realizadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDERSEN, E.B. (1977): "Sufficient Statistics and Latent Trait Models" *Psychometrika*, 42, 69-81
- ANDRICH, D. (1978a): "Application of a Psychometric Rating Model to Ordered Categories which are scored with Successive Integers". *Applied Psychological Measurement*, 2 (4), pp. 581 – 594, (citado por Bond y Fox, 2001).
- ANDRICH, D. (1978b): "A rating formulation for ordered response categories". *Psychometrika*, 43, pp. 357-374
- ANDRICH, D.A. (1988): *Rasch models for measurement*. Sage University Papers series on Quantitative Applications in the Social Sciences, serie n ° 07-068. Beverly Hills, CA: Sage
- ANDRICH, D. Y MARAIS, I. (2005): "Instrument Design with Rasch IRT and Data Analysis I" *Unit Materials EDU 435/635*. School of Education. Murdoch University.
- ANDRICH, D. ; SHERIDAN, B.E. Y LUO, G. (2004) : *RUMM2020 : Rasch Unidimensional Measurement Models (version 4.1)[Computer Software]*. Perth, Western Australia : RUMM Laboratory
- BENTHAM, J. (1789): *The principles of Moral and Legislation*, (citado por Luce y Suppes, 1975)
- BOND, T. Y FOX, T.C. (2001): *Fundamental measurement in the human sciences: Applying the Rasch model*. Hillsdale, N.J. :Erlbaum
- BROGDEN, H. E. (1976): The Rasch model, the law of comparative judgement, and additive conjoint measurement. *Psychometrika*, 24, 473-505 (citado por Karabatsos, 2001).
- CAMPBELL, N. R. (1920): *Physics: The elements*. Cambridge University Press. (citado por Luce, R.D. (1992)
- CAMPBELL, N. R. (1928): *An account of the principles of measurement and calculation*. London: Logmans. Green, (citado por Luce, R.D. (1992)
- CLIFF, N. (1992): "Abstract measurement theory and the revolution that never happned" *Psychological Science*, 3, 186 – 190 (citado por Fisher, 2003).
- DEBREU, G. (1960): "Topological methods in cardinal utility theory" En Arrow, J. K.; Karlin, S y Suppes, P. [Eds.]: *Mathematical Methods in the Social Sciences*, pp. 16- 26 Stanford, C.A. : Stanford University Press
- DRAE (2001): *Diccionario de la Lengua Española*. Real Academia Española. 22ª Edición. Madrid: Editorial Espasa Calpe, S.A.
- FISCHER, G. (1968): *Psychologische testtheorie*. Bern: Huber (citado por Karabatsos, 2001).
- FISCHER, G.H. Y MOLENAAR, I.W. [Eds] (1995): *Rasch models, Foundations, recent developments, and applications*. New York: Springer-Verlag (citado por Oreja, 2005)
- FISHER, W. P. JR (2003): "Mathematics, Measurement, Metaphor and Metaphysics II" *Theory & Psychology*. Vol. 13(6): 791-828
- FISHER, W. P. JR Y WRIGHT, B.D. [Eds] (1994): "Applications of probabilistic conjoint measurement" [Special Issue] *International Journal of Educational Research*, 21 (6), 557 – 664 (citado por Fisher, 2003)
- FRASER, C.O. (1980). *Measurement in psychology*. British Journal of Psychology, 71, 23-24. Traducción en Muñiz, J. (1992), Teoría clásica de los tests. Madrid: Pirámide. (pp. 231-246)

- GREEN, P. Y SRINIVASAN, V. (1978): "Conjoint analysis in consumer research: Issues and outlook" *Journal of Consumer Research*, 5(2), September, pp. 103 – 123.
- GREEN, P.; KRIEGER, A.M. Y WIND, Y. (2001): "Thirty Years of Conjoint Análisis: Reflections and Prospects" *Interfaces* 31:3, Part 2 of 2, May-June, pp. S56-S73
- GREEN, P.; CARROLL, J. Y GOLDBERG, S. (1981): "A general approach to product design optimization via conjoint analysis" *Journal of Marketing*, vo43, summer, pp. 17-35
- GREEN, P. E. Y RAO, V.R. (1971): "Conjoint Measurement for Quantifying Judgmental Data" *Journal of Marketing Research*, vol VIII (August), pp. 355-63
- HELMHOLTZ, H. VON (1887): "Zählen und Messen erkenntnis-theorisch betrachtet" *Philosophische Ausfätz Eduard Zeller gewidmet*, Lipzig (citado por Narens y Luce, 1986)
- HÖLDER, O. (1901): *Die Axioma der Quantität und die Lehre vom Mass*. *Sächische Akademie Wissenschaften zu Leipzig*, Mathematisch-Physische Klasse, 53, 1-64, citado por Luce (1992).
- JÁÑEZ, L. (1989): *Fundamentos de Psicología Matemática*. Madrid: Pirámide
- KARABATSOS, G. (1998): "Analyzing nonadditive conjoint measurement. Compounding events by Rasch model probabilities" *Journal of Outcome Measurement*, 2(4), 389-423 (citado por Fisher, 2003)
- KARABATSOS, G. (2001): "The Rasch Model, Additive Conjoint Measurement, and New Models of Probabilistic Measurement Theory" *Journal of Applied Measurement*, 2 (4), 389-423
- KARABATSOS, G. (2005): "Additivity Tests" , en Everitt, B. S. y D.C. Howell (2005): *Encyclopaedia of Statistics in Behavioral Science*, John Wiley & Sons, Ltd. Chichester, pp. 25 - 29
- KEATS, J. (1967): "Test Theory" *Annual Review of Psychology*, 18, 217-238 (citado por Karabatsos, 2001).
- KRANTZ, D. H. (1964): Conjoint measurement: the Luce-Tukey axiomatization and some extensions. *Journal of Mathematical Psychology*, 1, 248-277
- KRANTZ, D.H.; LUCE, R.D.; SUPLES, P. Y TVERSKY, A. (1971): *Foundations of Measurement* (Vol. I) New York: Academic Press
- KRUSKAL, J. B. (1965). "Analysis of factorial experiments by estimating monotone transformations of the data", *Journal of Royal Statistical Society*, Series B, Vol. 27(2), pp. 251-263 (citado por Green et al, 2001)
- LANCASTER, K. (1973): *Introducción a la microeconomía moderna*. Bosch. Barcelona
- LINACRE, J. M. (1989): *Many – facet Rasch measurement*. Chicago: MESA Press
- LINACRE, J. M. (2002): "Facets, Factors, Elements and Levels" *Rasch Measurement Transactions* vol. 16 (2), pp. 880 <http://www.rasch.org/rmt/rmt162h.htm>
- LINACRE, J. M. (2006): *Winsteps. Rasch measurement computer program*. Chicago: Winsteps.com. <http://www.winsteps.com/winman/index.htm>
- LORD, F. M. Y NOVICK. M.R. [EDS.] (1968): *Statistical Theories of Mental Test Scores*. Reading, M.A.: Addison-Wesley.

- LUCE, R.D. (1992): "A Path Taken: Aspects of Modern Measurement Theory", en Healy, A.F; S. Kossly y R. Shiffrin [Eds]. *From Learning Theory to Connectionist Theory: Essays in Honor of William K Estes*, vol 1. Hillsdale, N.J.H. Erlbaum, pp 45-64
- LUCE, R. D. Y SUPPE, P. (1975): "Measurement, Theory of" *Encyclopaedia Britannica* 15th Edition, 11, 739-745
- LUCE, R.D. Y TUKEY, J.W. (1964): Simultaneous conjoint measurement: a new type of fundamental measurement. *Journal of Mathematical Psychology*, 1, 1-27
- LUCE, R. D. ; KRANTZ, D.H. ; SUPLES, P. Y TVERSKY, A. (1990): *Foundations of Measurement* (Vol. III). New York: Academic Press
- MASTERS, G. N. (1982): A Rasch Model for Partial Credit Scoring. *Psychometrika*, 47 (2), pp.149 – 174, (citado por Bond y Fox, 2001).
- MICHELL, J. (1990): *An introduction to the logic of the psychological measurement*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum
- MICHELL, J. (1997a): "Quantitative science and the definition of measurement in psychology" *British Journal of Psychology*, 88, 355-383. (citado por Fisher, 2003).
- MICHELL, J. (1997 b): "Reply to Kline, Laming, Lovie, Luce , and Morgan" *British Journal of Psychology*, 88, 401-406 (citado por Fisher, 2003).
- MICHELL, J. (1999): *Measurement in psychology: A critical history of methodological concept*. Cambridge: Cambridge University Press (citado por Fisher, 2003)
- NARENS, L. Y LUC, R.D. (1986): Measurement: The Theory of Numeral Assignment. *Psychological Bulletin*, 99, 166-180
- OREJA, J. R. (2005): "Introducción a la medición objetiva en economía, administración y dirección de empresas: el modelo de Rasch" *IUDE Documento de Trabajo. Serie Estudios 2005/47*. Instituto Universitario de la Empresa - Universidad de La Laguna. La Laguna. <http://webpages.ull.es/users/iude/publi-documentos/iude-0547.pdf>
- PARETO, V. (1908): *Manuale di economia politica*. Citado por Luce y Suples (1975)
- PERLINE, R. ; WRIGHT, B.D. Y WAINER, H. (1979): "The Rasch Model as Additive Conjoint Measuremen", *Applied Psychological Measurement*, 3(2), pp. 237-255
- RASCH, G. (1960): *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen: The Danish Institute for Education Research. 1980: (Expanded Ed.) Chicago: University of Chicago Press.
- RASCH, G. (1961): "On general laws and the meaning of measurement in psychology. En J. Neyman [Ed.]: *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, pp. 321 – 333. Berkeley: University of California Press. <http://www.rasch.org/memo1960.pdf>
- RASCH, G. (1977): "On specific objectivity: An attempt at formalizing the request for generality and validity of scientific statements. *Danish Yearbook of Phylosophy*, 14, 58 – 94 <http://www.rasch.org/memo18.htm>

- ROBERTS, F. S. (1979): Measurement theory. With applications to decision making, utility and the social sciences. En *Encyclopaedia of Mathematics and its applications*. Vol. 7. London: Addison-Wesley
- STEVENS, S.S. (1946): "On the theory of scales of measurement. *Science*, 103, pp. 677-680
- STEVENS, S.S. (1951): "Mathematics, measurement and psychophysics. En Stevens, S.S. (1951): *Handbook of experimental psychology*, pp. 1-49 New York: Wiley (citado por Narens y Luce, 1986).
- STEVENS, S.S. (1959): "Measurement, psychophysics and utility" En Churchman, C.W. y P. Ratoosh [Eds.]: *Measurement: Definitions and theories*, pp. 18-63. New York:Wiley. (citado por Narens y Luce, 1986).
- SUPPES, P. Y ZINNES, J.L. (1963): "Basic measurement theory". En Luce, R.D.; Bush, R.R. y Galanter, E. [Eds.] (1963): *Handbook of mathematical psychology* (vol1, pp. 1-76). New York: Wiley
- TORGERSON, W. S. (1958): *Theory and Methods of Scaling*. New York: John Wiley (citado por Wright, 1997).
- VON NEUMAN, J. Y MORGENSTERN, O. (1944): *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press. Princeton. New Jersey, citado por Luce y Suppes (1975)
- WRIGHT, B. D. (1984): "Despair and hope for educational measurement" *Contemporary Education Review*, 3 (1), 281 – 288 (citado por Fisher, 2003).
- WRIGHT, B. D. (1985): "Additivity in psychology measurement" En Roskam , E. (ED) *Measurement and personality assessment*, pp. 101- 11, Amsterdam: North-Holland (citado por Fisher, 2003).
- WRIGHT, B. D. (1997): S.S. Stevens Revisited. *Rasch Measurement Transactions* vol 11 (1), pp. 552 – 553. <http://www.rasch.org/rmt/rmt111n.htm>
- WRIGHT, B. D. Y MATERS, G.N. (1982): *Rating Scale Analysis*. Chicago: MESA Press
- YANES, V. (2001): "La aproximación cognoscitiva en administración de empresas: principales aportaciones" *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, 7 (2), 123-138
- YANES, V. (2004): "La aproximación cognoscitiva a la realidad empresarial y la aportación de Herbert Simon" *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, 13 (2), 25-42